Hexadezimalzahlen

Wiederholung: Das Dezimalsystem und das Dualsystem

(vgl. 1.4 Informationsaustausch, Lerninhalte 02 Binäre Darstellung von Daten bzw. Arbeitsblätter 04 und 05)

Im **Dezimalsystem** können alle Zahlen mit den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 dargestellt werden. Die Stellung der Ziffer innerhalb der Zahl entscheidet über ihren Wert. Die **Stufenzahlen** (Stellenwerte) werden durch *Zehnerpotenzen* festgelegt:
Eine Stufenzahl mit 10 multipliziert führt von rechts nach links zur jeweils nächsten Stufenzahl.

$\xleftarrow{\cdot 10}$ $\xleftarrow{\cdot 10}$ $\xleftarrow{\cdot 10}$ $\xleftarrow{\cdot 10}$ $\xleftarrow{\cdot 10}$

usw.	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
	10000	1000	100	10	1
	„Zehn-tausender“	„Tausender“	„Hunderter“	„Zehner“	„Einer“

Im **Dualsystem** mit nur zwei Ziffern werden die Stellenwerte durch *Zweierpotenzen* festgelegt:
Eine Stufenzahl mit 2 multipliziert führt von rechts nach links zur jeweils nächsten Stufenzahl.

$\xleftarrow{\cdot 2}$ $\xleftarrow{\cdot 2}$ $\xleftarrow{\cdot 2}$ $\xleftarrow{\cdot 2}$ $\xleftarrow{\cdot 2}$

usw.	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	16	8	4	2	1
	„Sechzehner“	„Achter“	„Vierer“	„Zweier“	„Einer“
	Die Angabe des verwendeten Zahlensystems erfolgt tiefgestellt rechts von der Zahl. Beispielsweise die Zahl 1001_2 setzt sich aus folgenden Werten zusammen:				
lies: „eins-null-null-eins“		1	0	0	1

„Ein Achter, kein Vierer, kein Zweier, ein Einer“: $1001_2 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 9_{10}$

Das Hexadezimalsystem

Das Stellenwertsystem mit der **Stufenzahl 16** heißt **Hexadezimalsystem**.
Im Hexadezimalsystem werden die Stellenwerte durch *Sechzehnerpotenzen* festgelegt:
Eine Stufenzahl mit 16 multipliziert führt von rechts nach links zur jeweils nächsten Stufenzahl.

$\xleftarrow{\cdot 16}$ $\xleftarrow{\cdot 16}$ $\xleftarrow{\cdot 16}$ $\xleftarrow{\cdot 16}$

usw.	16^3	16^2	16^1	16^0
	4096	256	16	1
	„Viertausendsechs-undneunziger“	„Zweihundersech-sundfünfziger“	„Sechzehner“	„Einer“
	Beispielsweise die Zahl 254_{16} setzt sich aus folgenden Werten zusammen:			
		2	5	4

„Zwei mal Zweihundertsechsundfünfzig plus Fünf mal Sechzehn plus Vier mal Eins:
$254_{16} = 2 \cdot 256 + 5 \cdot 16 + 4 \cdot 1 = 596_{10}$
Der „Sechzehnerübertrag“ erfolgt aber nach der Hexadezimalzahl mit dem Wert 15.
Für diesen Wert gibt es kein Zahlzeichen. Deshalb „leiht“ man sich Zeichen aus dem Alphabet:

Dezimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexadezimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**

Nach der Hexadezimalzahl F erfolgt der Übertrag:

Dezimal	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Hexadezimal	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E	1F

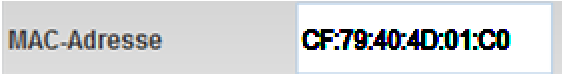
Die Dezimalzahl 32 entspricht dann der Hexadezimalzahl 20, denn: $32_{10} = 20_{16}$ usw.

1. Gib jeweils die Hexadezimalzahlen im Dezimalsystem an. Rechne wie oben beschrieben:

   $82_{16} =$ $\mathit{8 \cdot 16 + 2 \cdot 1 = 130_{10}}$

   $1C5_{16} =$ $\mathit{1 \cdot 256 + 12 \cdot 16 + 5 \cdot 1 = 453_{10}}$

➢ Eventuell ist dir bei der Arbeit mit FILIUS aufgefallen, dass die MAC-Adressen aus einer Kombination von Ziffern und Buchstaben zu bestehen scheinen.



2. Worum handelt es sich aber bei der MAC-Adresse?

   Eine MAC-Adresse besteht aus *sechs zweistelligen Hexadezimalzahlen.*

3. Es gilt: $FF_{16} = \mathit{255_{10}}$

4. Begründe, dass eine MAC-Adresse aus 6 Byte besteht.

   $255_{10} = 11111111_2$ – die größte zweistellige Hexadezimalzahl (FF_{16}) ist also eine

   achtstellige Dualzahl (1 Byte), insgesamt 6 Byte.

Weitere Zahlenumwandlungen

Hexadezimalzahlen können also wie Dualzahlen in Dezimalzahlen umgewandelt werden, indem man die einzelnen Stellenwerte addiert. Umgekehrt kann auch eine Dezimalzahl in eine Hexadezimalzahl umgewandelt werden, zum Beispiel: $234_{10} = 14 \cdot 16 + 10 \cdot 1 = EA_{16}$

Der Wert der **Dezimalzahl 234** beträgt also im **Hexadezimalsystem EA**.

➢ Eine Dezimalzahl wird in eine Hexadezimalzahl umgewandelt, indem man die Dezimalzahl in Stufenzahlen des Hexadezimalsystems zerlegt.

5. Gib jeweils die Dezimalzahlen im Hexadezimalsystem an. Rechne wie oben beschrieben:

   $854_{10} =$ $\mathit{3 \cdot 256 + 5 \cdot 16 + 6 \cdot 1 = 356_{16}}$

   $2831_{10} =$ $\mathit{11 \cdot 256 + 0 \cdot 16 + 15 \cdot 1 = B0F_{16}}$

Darstellung von Daten im Hexadezimalsystem und Dualsystem

Diese beiden Stellenwertsysteme haben im Zusammenhang zueinander einen entscheidenden Vorteil: Die Stufenzahlen von einer Stelle des Hexadezimalsystems und vier Stellen des Dualsystems sind dieselben.

Hexadezimalsystem	16^2		16^1				16^0			
Dualsystem	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
usw.	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
Beispielsweise die Zahl 10011110 setzt sich aus folgenden Werten zusammen:										
Dualsystem			1	0	0	1	1	1	1	0
Hexadezimalsystem			9				E			

Eine Dualzahl lässt sich also 4-Bit-weise in eine Ziffer des Hexadezimalsystems umwandeln. Eine solche Menge von 4 Bit wird als **Tetrade** bezeichnet.

Eine Hexadezimalzahl lässt sich ebenso einfach ziffernweise in Dualzahlen umwandeln. Man muss nur Zuordnung der sechzehn Hexadezimalziffern zu den Tetraden kennen:

Dual	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Hexadezimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

6. Gib jeweils die Dualzahlen im Hexadezimalsystem an. Beginne tetradenweise von rechts:

   $1101\;0011_2 =$ $\mathit{D3_{16}}$ $100\;1111\;0101_2 =$ $\mathit{8F5_{16}}$

7. Gib jeweils die Hexadezimalzahlen im Dualsystem an.

   $A4_{16} =$ $\mathit{1010\;0100_2}$ $2\,5\,C_{16} =$ $\mathit{10\;0101\;1100_2}$ $0_{16} =$ $\mathit{0_2}$